

WISKUNDE

Bewerkingen: Flexibel hoofdrekenen

K.H.Kempen en Lessius bundelen de krachten en worden *more*.

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

Niet: UIT het hoofd

Wel: MET het hoofd

Bewerkingen op een verstandige manier uitvoeren, al dan niet met noteren van tussenstappen.

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

Leerlingen beschikken over meerdere oplossingsmethoden om bewerkingen uit te voeren en een geschikte methode te kiezen in functie van de opgave.

Voorbeeld:

$$99 \times 42 =$$

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

Leerlingen beschikken over meerdere oplossingsmethoden om bewerkingen uit te voeren en een geschikte methode te kiezen in functie van de opgave.

Voorbeeld:

$$\begin{aligned}99 \times 42 &= 100 \times 42 - 1 \times 42 \\ &= 4\,200 - 42 \\ &= 4\,158 \\ 99 \times 42 &= \end{aligned}$$

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

Leerlingen beschikken over meerdere oplossingsmethoden om bewerkingen uit te voeren en een geschikte methode te kiezen in functie van de opgave.

Voorbeeld:

$$\begin{aligned} 99 \times 42 &= 100 \times 42 - 1 \times 42 \\ &= 4\,200 - 42 \\ &= 4\,158 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 99 \times 42 &= 99 \times 40 + 99 \times 2 \\ &= 3\,600 + 360 + 180 + 18 \\ &= 4\,158 \end{aligned}$$

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

Leerlingen beschikken over meerdere oplossingsmethoden om bewerkingen uit te voeren en een geschikte methode te kiezen in functie van de opgave.

Voorbeeld:

$$\begin{array}{l} 99 \times 42 \\ \text{methode} \end{array} \quad \begin{array}{l} = 100 \times 42 - 1 \times 42 \\ = 4\,200 - 42 \\ = 4\,158 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 99 \times 42 \\ \text{methode} \end{array}} \right\} \text{ efficiëntste}$$

$$\begin{array}{l} 99 \times 42 \\ \text{methode} \end{array} \quad \begin{array}{l} = 99 \times 40 + 99 \times 2 \\ = 3\,600 + 360 + 180 + 18 \\ = 4\,158 \end{array}$$

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

De eigenschappen van bewerkingen

Wisselen

$$4 + 2 = 2 + 4$$

$$4 - 2 \neq 2 - 4$$

tweede leerjaar

$$4 \times 3 = 3 \times 4$$

$$4 : 2 \neq 2 : 4$$

derde leerjaar

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

De eigenschappen van bewerkingen

Schakelen

$$(3 + 4) + 2 = 3 + (4 + 2)$$

$$(9 - 5) - 3 \neq 9 - (5 - 3)$$

$$(4 \times 3) \times 2 = 4 \times (3 \times 2)$$

$$(16 : 4) : 2 \neq 16 : (4 : 2)$$

tweede leerjaar

derde leerjaar

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

De eigenschappen van bewerkingen

Splitsen en verdelen

derde leerjaar

$$7 \times 29 = 7 \times 20 + 7 \times 9$$

$$7 \times 29 = 7 \times 30 - 7 \times 1$$

$$36 : 3 = 30 : 3 + 6 : 3$$

$$\mathbf{36 : 12 \neq 36 : 6 + 36 : 6}$$

Bij een deling kunnen we de deler wel schrijven als een product

$$36 : 12 = 36 : 4 : 3$$

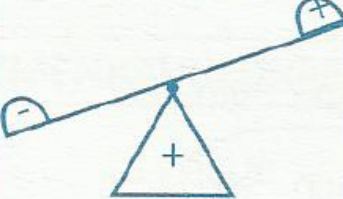



BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

De eigenschappen van bewerkingen

Compenseren en wip-halter principe

vierde leerjaar

| optellingswip | aftrekkingshalter | vermenigvuldigingswip | delingshalter |
|--|--|--|---|
|  |  |  |  |
| $56 + 47 = \dots$ $-6 \left(\begin{array}{c} \downarrow \\ \\ \downarrow \end{array} \right) +6$ $50 + 53 = 103$ | $67 - 32 = \dots$ $+3 \left(\begin{array}{c} \downarrow \\ \\ \downarrow \end{array} \right) +3$ $70 - 35 = 35$ | $12 \times 45 = \dots$ $:2 \left(\begin{array}{c} \downarrow \\ \\ \downarrow \end{array} \right) 2 \times$ $6 \times 90 = 540$ | $320 : 80 = \dots$ $:10 \left(\begin{array}{c} \downarrow \\ \\ \downarrow \end{array} \right) :10$ $32 : 8 = 4$ |
| $98 + 67 = \dots$ $+2 \left(\begin{array}{c} \downarrow \\ \\ \downarrow \end{array} \right) -2$ $100 + 65 = 165$ | $91 - 46 = \dots$ $-1 \left(\begin{array}{c} \downarrow \\ \\ \downarrow \end{array} \right) -1$ $90 - 45 = 45$ | $5 \times 38 = \dots$ $2 \times \left(\begin{array}{c} \downarrow \\ \\ \downarrow \end{array} \right) :2$ $10 \times 19 = 190$ | $170 : 5 = \dots$ $2 \times \left(\begin{array}{c} \downarrow \\ \\ \downarrow \end{array} \right) 2 \times$ $340 : 10 = 34$ |

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

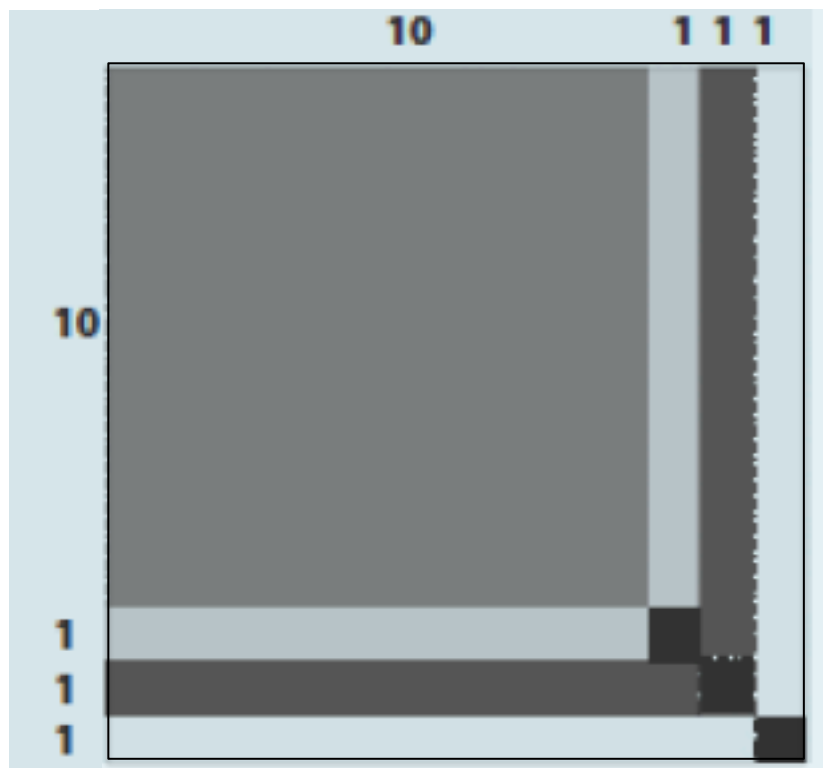
Opdracht

Hoe kan je met behulp van het rechthoekmodel laten zien dat $24 \times 25 = 12 \times 50$?



BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen



$$10 \times 10 = 100$$

$$11 \times 11 = 10 \times 10 + 2 \times 10 + 1 = 121$$

$$12 \times 12 = 11 \times 11 + 2 \times 11 + 1 = 144$$

Hoe reken je 31 x 31 handig uit?

$$\begin{aligned} 31 \times 31 &= 30 \times 30 + 2 \times 30 + 1 \\ &= 900 + 60 + 1 \\ &= 961 \end{aligned}$$

$$32 \times 32 = 30 \times 30 + \dots$$

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

Standaardprocedures en handige methodes

Optelling en aftrekking

Standaardprocedure: doortelmethode

$$\begin{aligned}463 - 178 &= 463 - 100 - 70 - 8 \\ &= 363 - 70 - 8 \\ &= 293 - 8 \\ &= 285\end{aligned}$$

Splitsmethode: veel te omslachtig:

$$\begin{aligned}463 - 178 &= (300 - 100) + (150 - 70) + (13 - 8) \\ &= 200 + 80 + 5 \\ &= 285\end{aligned}$$

Handige methode:

aanronden tot "mooiere", ronde getallen

$$96 - 27 = 96 - 30 + 3 = 66 + 3 = 69$$

"Winkelmethode"

$$96 - 27$$

$$27 + \mathbf{3} = 30, \text{ dan } 30 + \mathbf{60} = 90, \text{ en } 90 + \mathbf{6} = 96.$$

$$\text{Dus het verschil tussen 27 en 96 is } 3 + 60 + 6 = 69$$

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

Standaardprocedures en handige methodes

Vermenigvuldiging en deling

Standaardprocedure:

splitsen van één van de factoren.

$$3 \times 145 = 3 \times 100 + 3 \times 40 + 3 \times 5 = 300 + 120 + 15 = 435$$

splitsen van het deeltal

$$639 : 3 = 600 : 3 + 30 : 3 + 9 : 3 = 200 + 10 + 3 = 213$$

Merk op dat bij de deling de deler niet kan gesplitst worden in een som of verschil!

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

Standaardprocedures en handige methodes

Vermenigvuldiging en deling

Handige methodes:

Het schakelen bij de vermenigvuldiging:

$$24 \times 5 \times 2 = 24 \times (5 \times 2) = 24 \times 10 = 240$$

Aanronden tot "mooie" getallen:

$$32 \times 18 = 32 \times 20 - 32 \times 2 = 640 - 64 = 576$$

Eén van de factoren ontbinden:

$$15 \times 27 = 5 \times 3 \times 27 = 5 \times 81 = 405$$

De deler ontbinden in factoren:

$$144 : 12 = 144 : 2 : 6 = 72 : 6 = 12$$

Halter- en wipprincipe, regels voor vermenigvuldigen met en delen door 4, 5, 25, 125, ...

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

Enkele didactische opmerkingen

Welke methode je ook aanleert aan de leerlingen, het is steeds de bedoeling dat dit inzichtelijk gebeurt.

Met rekentrucjes blindelings aan te leren, schieten de leerlingen niets op.

Een voorbeeld van een context om een handige rekenmethode aan te leren kan dan zijn:

Je ouders geven een feestje op restaurant voor de familie. Ze bestellen hiervoor een menu van 24 euro per persoon. Eerst hadden ze gereserveerd voor 20 personen, maar op het laatste nippertje belt één tante af. Hoeveel moeten je ouders dan betalen voor het eten?

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen



Oefening

In het werkschrift van een leerling zie je het volgende staan:

a) $756 - 234 = 756 - 200 = 556 - 30 = 526 - 4 = 522.$

b) $600 : 25 = 600 : 100 = 6 \times 4 = 24.$

Verbeter de werkwijze van de leerling.

a) $756 - 234 = 756 - 200 - 30 - 4 = 556 - 30 - 4 = 526 - 4 = 522$

b) $600 : 25 = (600 : 100) \times 4 = 6 \times 4 = 24$

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen



Oefening

Los de volgende oefeningen op twee manieren op (de standaardprocedure en een handige manier):

a) $450 : 150 = .$

b) $14 \times 19 = .$

c) $376 - 129 = .$

a) $450 : 150 = (300 + 150) : 150 = 300 : 150 + 150 : 150 = 2 + 1 = 3$
 $450 : 150 = 45 : 15 = 3$ delingshalter

b) $14 \times 19 = 10 \times 19 + 4 \times 19 = 190 + 76 = 266$
 $14 \times 19 = 19 \times 14 = 20 \times 14 - 1 \times 14 = 280 - 14 = 270 - 4 = 266$

c) $376 - 129 = 376 - 100 - 20 - 9 = 276 - 20 - 9 = 256 - 9 = 250 - 3 = 247$
 $376 - 129 = 376 - 130 + 1 = 246 + 1 = 247$

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen

<http://www.leraar24.nl/video/1453>



Opdracht: Over de grenzen kijken

Bekijk op de website www.leraar24.nl/video/1453 hoe een leraar in Nederland handig rekenen aanpakt. Los de onderstaande vragen op.

- a) Wat is een handige rekensom?
- b) Wat is een voordeel van het maken van dit soort rijtjes?
- c) Wat is een mogelijk nadeel van het maken van dit soort rijtjes?

- a) Flexibel rekenen: rekening houden met de eigenschappen van de optelling en aftrekking.
- b) Leerlingen leren verbanden te zien tussen verschillende optellingen onderling en de aftrekkingen onderling. Verder leren ze ook het verband tussen de optelling en de aftrekking.
- c) Leerlingen zien soms het verband niet en lossen de rijtjes op door elke oefening apart te bekijken.

BEWERKINGEN

Opdracht

Speel het spel 'Plump'.

Bij het spel 'Plump' wordt er met 3 dobbelstenen gegooid. De 3 getallen die gegooid werden, moeten gebruikt worden om één van de getallen op het 42-veld te maken.

Wanneer de eerste speler zijn of haar getal gemaakt heeft, mag die het getal doorstrepen op het speelveld. Hij/zij verdient 1 punt. De volgende speler mag ook proberen een getal te maken of hij/zij mag opnieuw gooien. Voorbeeld: Stel dat speler 1 een 1, een 3 en een 4 gooit. Die speler kan dan $(3 + 4) \times 1 = 7$, wegstrepen. De volgende speler kan $3 + 4 + 1 = 8$ wegstrepen of $3 \times 4 \times 1 = 12$ of ...

Een speler die een getal wegstreept naast een getal (recht of diagonaal) dat al doorgestreept is, krijgt een extra punt.

BEWERKINGEN

24-spel

Voorbeeld: 3 4 7 9

0 = ...

1 = ...

2 = ...

...

24 = ...

BEWERKINGEN

24-spel

Voorbeeld: 3 4 7 9

$$0 = 9 \times (7 - 3 - 4)$$

$$1 = \dots$$

$$2 = \dots$$

...

$$24 = \dots$$

BEWERKINGEN

24-spel

Voorbeeld: 3 4 7 9

$$0 = 9 \times (7 - 3 - 4)$$

$$1 = 9 - (4 - 3 + 7)$$

$$2 = \dots$$

...

$$24 = \dots$$

BEWERKINGEN

24-spel

8

9

3

2

BEWERKINGEN

Kies een cijfer tussen 1 en 9.

Je gaat nu 2 getallen maken:

Getal 1: Noteer dit cijfer 3 keer achter elkaar.

Je hebt nu een getal dat bestaat uit 3 keer hetzelfde cijfer.

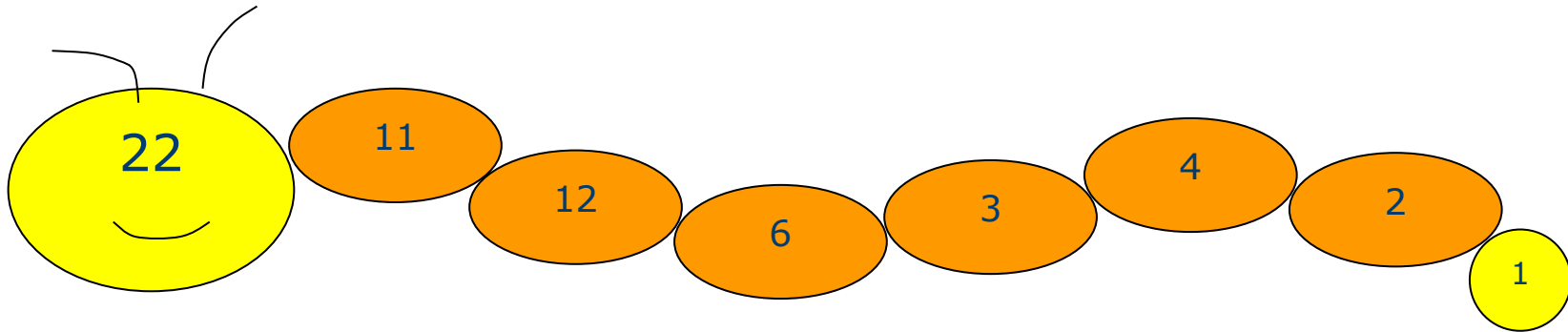
Getal 2: Tel nu deze 3 cijfers op.

Deel getal 1 door getal 2.

Resultaat?

BEWERKINGEN

Rekenrupsen



Kun je ontdekken wat het groeirecept is?

Waarom stopt de rups bij 1?

Maak met het groeirecept een rekenrups die langer is dan 8 getallen.

Maak een rups van vier getallen. Zijn er nog meer 4-rupsen?

Maak alle rupsen van vijf getallen. Weet je zeker dat er geen andere 5-rupsen zijn?

Wat is de langste rups die je kunt maken met getallen kleiner dan 100?

BEWERKINGEN

Flexibel hoofdrekenen



Achtergrond en verdieping

Bij de behandeling van kinderen met rekenproblemen, zoals dyscalculie, blijkt het van belang te zijn om te weten welke rekenstrategieën de leerlingen aangeleerd hebben. Een vergelijking tussen drie verschillende culturen, Belgen, Canadezen en Chinezen, leert dat er effectief verschillen op te merken zijn dus de drie landen. Zo blijken Chinezen een grote strategie-efficiëntie te hebben, terwijl de Belgen en Canadezen hun strategie flexibeler kunnen aanpassen aan de situatie. De onderzoekers besluiten ook hier dat het voor de leerlingen aangewezen is om verschillende strategieën aan te leren en dit op een ontdekkende manier.

Zie Rekenstrategieën: een vergelijking tussen verschillende culturen met implicaties voor de klinische praktijk, door I. Imbo, Signaal 66, januari-februari-maart 2009, 4 – 24.